Урок составил учитель математики Пилипенко Татьяна Евгеньевна гимназия №1» города Судака Республики Крым (МБОУ «Школа-гимназия №1» города Судака Республики Крым)

11 класс. Тема урока: «Взаимное расположение сферы и плоскости».


44 Взаимное расположение сферы и плоскости

Учебник: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10—11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [Л. С. Атанасян и др.]. — 7-е изд., перераб. и доп. — М.: Просвещение, 2023 —287 с.: ил. — (МГУ — школе).

Цели урока:

- ***Образовательные***:

- изучить виды взаимного расположения сферы и плоскости;
- формировать навыки решения задач.

- ***Развивающие:***

- развивать способности к самостоятельному планированию и организации работы, к самоанализу и способности коррекции собственной деятельности развивать пространственное воображение, объемные фигуры видеть на плоскости доски, на плоскости тетрадного листа.

- ***Воспитательные:***

- воспитывать познавательный интерес к математике;
- воспитывать информационную культуру и культуру речи;
- воспитывать наблюдательность, самостоятельность, способность к коллективной работе.

Оборудование: Раздаточный материал, модели сферы, глобус.

Методы: проблемно -поисковый, индуктивный, самостоятельной работы.

Тип урока: урок получения новых знаний.

Ход урока

I. Организационный момент - Сообщаются основные этапы урока, повторяются правила техники безопасности работы с моделями.

II. Актуализация знаний учащихся - работа с раздаточным материалом (модели многогранников и тела вращения)

III. Изучение нового материала - в этот этап входит обсуждение новой темы, в ходе которой ученики сами определяют тему урока.

Учитель: Ребята, посмотрите на модель координатного угла и расположение сферы относительно координатных осей.

Плоскость Oxy совпадает с плоскостью α, а центр C сферы лежит на положительной полуоси Oz. В этой системе координат т. C имеет координаты (0;0; d), поэтому уравнение сферы будет иметь вид

$$x^2 + y^2 + (z-d)^2 = R^2.$$

Плоскость α совпадает с плоскостью Oxy и поэтому ее уравнение имеет вид z=0. Таким образом, вопрос о взаимном расположении сферы сводится к исследованию системы уравнений

$$\begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 + (z-d)^2 = R^2 \end{cases}$$

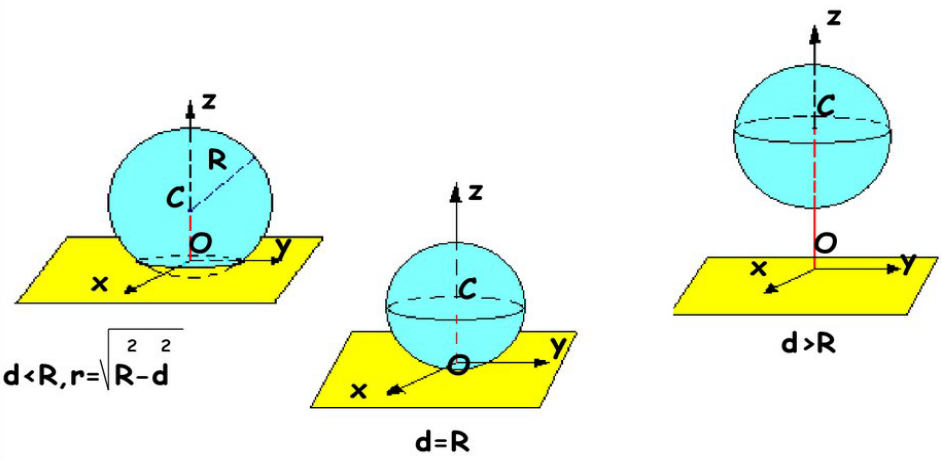
Подставим $z = 0$ во второе уравнение. Преобразуем его, тогда получим следующее уравнение:

$$x^2 + y^2 = R^2 - d^2$$

Следовательно, в зависимости от соотношения d – расстояния от центра сферы до плоскости α и R – радиуса сферы.

Возможны три случая взаимного расположения сферы и плоскости в пространстве. У ребят на столах рисунки взаимного расположения сферы и плоскости.

Взаимное расположение сферы и плоскости



Вы видите, на схеме три вида взаимного расположения сферы и плоскости, значит, нам нужно сделать три вывода о том, как это расположение сферы и плоскости зависит о разности значений R и d.

Ребятам предложена работа с учебником. На странице 142-143 рассмотреть три случая расположения сферы и плоскости.

Вывод после изучения текста ребята делают сами, если ошибаются сразу обращаю внимание на ошибки или неточности.

Запись в тетрадь:

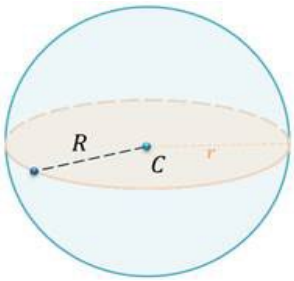
Если $d < R$, то сечение сферы плоскостью есть окружность; (сечение шара плоскостью есть круг)

Если $d = R$, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

Если $d > R$, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

Если $d = 0$, в сечении получается окружность, радиус которого равен радиусу сферы.

Плоскость, проходящая через диаметр шара, называется ***диаметральной.*** Круг, полученный в результате сечения, называется ***большим кругом шара***. Модель земного шара - глобус. Экватор – это есть окружность, радиус которой равен радиусу земного шара. Экватор - имеет наибольшую длину окружности среди параллелей, приблизительно равна 40 075 км.





IV. Первичное закрепление. Решение задачи из сборника «Методическій сборникъ геометрическихъ задачъ на вычисленіе» Москва издание А.С.Панафидиной Лялин пер., соб.д. 1913 год издания.

Решение задачи из сборника – это связь веков; какие задачи решали 100 лет назад, какие были единицы измерения?

825. Шаръ радіуса $R=6{,}5$ дцм., пересѣченъ плоскостью такъ, что длина окружности полученнаго сѣченія $C=5\pi$ дцм. Опредѣлить разстояніе плоскости сѣченія отъ центра шара.

826. Шаръ пересѣченъ плоскостью, отстоящей отъ центра шара на разстояніи $m=4$ см. Длина окружности полученнаго сѣченія $C=6\pi$ см. Опредѣлить радіусъ шара.

827. Шаръ пересѣченъ плоскостью, отстоящей отъ центра шара на разстояніи $m=5$ дюйм. Площадь полученнаго сѣченія $k=24\pi$ кв. дюйм. Опредѣлить радіусъ шара.

Разбираем задачу № 827

Обратить внимание ребят на то, что, расстояние от центра шара до плоскости это есть длина перпендикуляра к плоскости сечения, проведённого в центр этого сечения.

V. Решение задачи из учебника. Связь веков продолжится на следующем уроке, разберём задачи из сборника ЕГЭ

Задача. *Две параллельные плоскости, расстояние между которыми 17, пересекают шар таким образом, что центр шара лежит между плоскостями. Площади сечений шара этими плоскостями равны 100π и 49π. Найдите радиус шара.*

Повторение и систематизация: (в скобках предполагаемые ответы ребят)

1. Если d > R (сфера и плоскость не имеют общих точек)

2. Если d < R (сфера и плоскость имеют общие точки – это точки окружности)
3. Если d = R (сфера и плоскость имеют одну общую точку – точка касания)
4. Если d=0, (окружность сечения наибольшая)

Информация о домашнем задании.

Учебник. Повторить стр.142-143, п.44, выполнить № 580, подумать над предложенной задачей из сборника ЕГЭ.