

7 класс

7.1 Гигант-рекордсмен

Красный сверхгигант UY Щита — одна из самых больших известных звёзд. Его радиус достигает 1 900 радиусов Солнца, а масса больше солнечной в 10 раз.

- Оцените среднюю плотность вещества UY Щита. Во сколько раз она больше (или меньше) стандартной плотности земной атмосферы (1.225 кг/м^3)?
- Какие планеты оказались бы внутри этого сверхгиганта, если бы его поместили в центр Солнечной системы вместо Солнца?

Средняя плотность вещества Солнца равна $1.41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение. Плотность ρ звезды прямо пропорциональна массе M звезды и обратно пропорциональна её объёму V . Объём V , в свою очередь, пропорционален кубу радиуса звезды: $V \propto R^3$.

Отношение плотностей UY Щита и Солнца

$$\frac{\rho}{\rho_{\odot}} = \frac{10}{1\,900^3} \approx 1.5 \cdot 10^{-9},$$

откуда плотность UY Щита $\rho \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3$, что примерно в **600 тысяч раз меньше** плотности земного воздуха.

Рассчитаем радиус UY Щита в астрономических единицах:

$$R = 1\,900R_{\odot} = 1\,900 \cdot 697 \text{ тыс. км} = 1.32 \text{ млрд км} \approx 8.9 \text{ а. е.}$$

Это больше радиусов орбит ближайших к Солнцу пяти планет: **Меркурия, Венеры, Земли, Марса и Юпитера**, но меньше радиуса орбиты Сатурна.

Критерии оценивания:

a1	Утверждение о пропорциональности $V \propto R^3$ либо выражение для объёма $V = \frac{4\pi}{3}R^3$ или аналог	2
	<i>Неверный коэффициент, если приводится равенство</i>	-1
	<i>Неверный показатель степени</i>	-2
a2	Утверждение о пропорциональности $\rho \propto MV^{-1}$ либо выражение $\rho = M/V$	1
a3	Вычисление средней плотности UY Щита непосредственно или в сравнении с Солнцем исходя из формул участника	2
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
a4	Вычисление отношения плотностей звезды и земной атмосферы исходя из полученного участником значения плотности (допустимая относительная погрешность — 10 %)	1
61	Выражение радиуса UY Щита и (или) радиусов орбит планет в одних единицах измерения	1
62	Ответ (верное перечисление планет)	1
Всего		8

7.2 История о Полярном Лисе

Небо сегодня было ясное, безоблачное. Толстый Полярный Лис с самого утра смотрел на разгорающуюся зарю в надежде увидеть хотя бы краешек Солнца, как это случилось вчера. Однако надежды не оправдались: вскоре начало темнеть, а Солнце так и не показалось над горизонтом. «Так жить нельзя, — подумал Полярный Лис и решил, что настало время навестить своего дальнего друга, Пустынного Лиса. — У него там Солнца сколько хочешь. Даже тени своей сейчас почти не видно».

- а) В каком направлении Полярный Лис собирался увидеть Солнце?
- б) Что имеет в виду Лис, говоря о поведении теней: «отсутствие» теней наблюдается постоянно или только в какую-то часть дня?
- в) Оцените, какое минимальное расстояние может разделять дома друзей-Лисов.

Рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебрегите.

Подсказка. В Антарктиде лисы не водятся.

Возможное решение. В Южном полушарии Земли единственная крупная суша за полярным кругом — это Антарктида. Поскольку «в Антарктиде лисы не водятся», Полярный Лис жил за Северным полярным кругом. В высоких широтах Северного полушария Солнце достигает максимальной высоты над точкой юга. В условии задачи описано наступление полярной ночи, и, очевидно, именно **на юге** и можно было увидеть Солнце в последний раз.

Тени практически «исчезают», когда Солнце находится прямо над головой, вблизи зенита. Такое возможно **около полудня** в близких к экватору областях. Солнце там восходит и заходит каждый день. Утром и вечером, когда высота Солнца над горизонтом мала, наблюдаются длинные тени.

Расстояние будет минимальным, если двигаться строго вдоль географического меридиана. Так как у Полярного Лиса Солнце находится практически на горизонте (едва не взошло), а у Пустынного Лиса — в зените, разница широт их местоположений составляет 90° , что соответствует $1/4$ окружности Земли. Зная длину окружности Земли (или рассчитав её): $C \approx 40$ тыс. км, получаем, что минимальное расстояние составляет **около 10 тыс. км.**

Критерии оценивания:

а1	Полярный Лис находится за Северным полярным кругом	1
а2	Полярный Лис смотрел на юг	1
б1	Тени «исчезают» в полдень <i>либо</i> около полудня	1
б2	Длина теней при этом значительно меняется в течение дня	1
в1	При минимальном расстоянии Лисы — на одном меридиане	1
в2	При этом разность широт Лисов $\approx 90^\circ$ или 1/4 окружности	1
в3	Указание или вычисление длины окружности Земли С	1
в4	Итоговый ответ (допустимая относительная погрешность — 10 %)	1
Всего		8

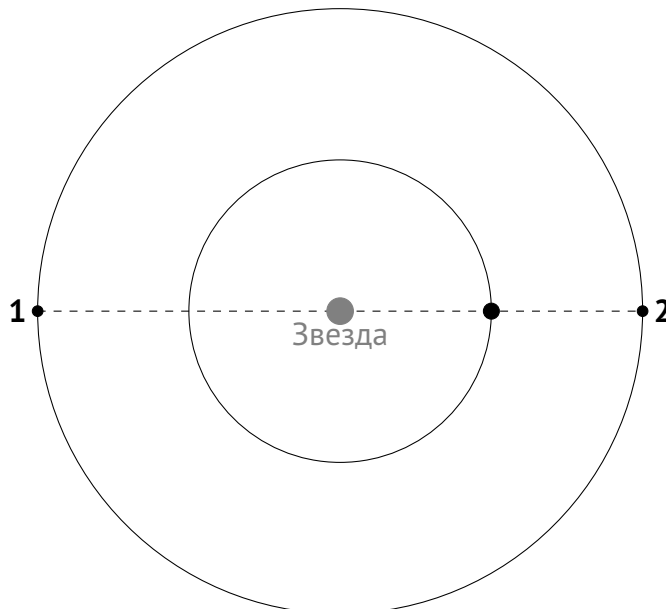
7.3 В одну линию

Наблюдая некоторую звезду, астрономы обнаружили, что в определённый момент времени её центр и центры двух обращающихся вокруг неё экзопланет оказались на одной прямой. Проведя расчёты, учёные пришли к выводу, что в следующий раз центры звезды и планет снова окажутся на одной линии ровно через 10 лет.

- а) Определите, как часто с дальней от звезды планеты можно наблюдать прохождения ближней планеты по диску звезды.
- б) Зависит ли ответ от направлений обращения планет вокруг звезды?

Считайте, что планеты обращаются вокруг звезды по круговым орбитам в одной плоскости.

Возможное решение. Будем рассматривать ситуацию относительно более близкой к звезде (внутренней) планеты. Когда центры звезды и планет оказываются на одной линии, более дальняя (внешняя) планета по отношению к внутренней находится либо в соединении (1), либо в противостоянии (2):



Если внешняя планета находится в противостоянии, то через 10 лет наступит соединение, а если она была в соединении, то следующим будет противостояние. Следовательно, промежуток времени между соединением и противостоянием (или наоборот) равен 10 годам.

Прохождение внутренней планеты по диску звезды для наблюдателя на внешней планете происходит, когда внешняя планета находится в противостоянии (в ситуации 2). Интервал между двумя противостояниями в 2 раза больше определённой астрономами величины и составляет **20 лет**.

Ответ от направлений обращения планет **не зависит** (в рассуждениях упоминать о направлениях вообще не потребовалось).

Критерии оценивания:

а1	Планеты и звезда располагаются на одной прямой <i>в двух разных конфигурациях</i>	2
а2	10 лет — промежуток между этими двумя конфигурациями	1
а3	Прохождения внутренней планеты по диску звезды происходят, когда внутренняя планета между звездой и внешней планетой <i>(вне зависимости от конкретного обозначения)</i>	1
а4	Вывод об интервале между прохождениями (ответ)	2
б1	Вывод о независимости ответа от направлений обращения планет	2
Всего		8

7.4 Галактический параллакс

Метод годичного параллакса — один из методов измерения расстояний до звёзд, заключающийся в измерении величины их видимых смещений относительно далёкого фона, обусловленных движением Земли вокруг Солнца. Одна цивилизация терпеливых долгожителей решила по аналогии измерять расстояния с помощью «галактического параллакса», наблюдая удалённые объекты с противоположных точек орбиты их звезды вокруг центра галактики.

- а) Во сколько раз «галактический парсек» был бы больше привычного нам парсека, если бы терпеливые долгожители жили на Земле?
- б) Оцените «галактический параллакс» галактики Андромеды для жителей Земли, если расстояние до неё — около 800 килопарсеков. Изменением расстояния между галактиками за время измерения параллакса пренебрегите.

Расстояние от Солнца до центра нашей Галактики составляет 8 килопарсеков.

Возможное решение. Парсек — это расстояние, соответствующее годичному параллаксу в одну угловую секунду. Параллаксы далёких объектов малы, можно считать их пропорциональными длине «базы». В случае обычного параллакса «базой» является расстояние от Земли до Солнца, в случае «галактического параллакса» — расстояние до центра Галактики.

В 1 парсеке содержится 206 265 а.е. Тогда отношение «галактического парсека» к обычному равно

$$\frac{8 \text{ кпк}}{1 \text{ а.е.}} = \frac{8000 \text{ пк}}{\frac{1}{206265} \text{ пк}} = 1.65 \cdot 10^9,$$

то есть «галактический парсек» больше в **1.65 млрд раз**.

Расстояние до галактики Андромеды в «галактических парсеках» равно

$$\frac{800 \cdot 10^3}{1.65 \cdot 10^9} \approx 4.8 \cdot 10^{-4}.$$

Тогда её «галактический параллакс»

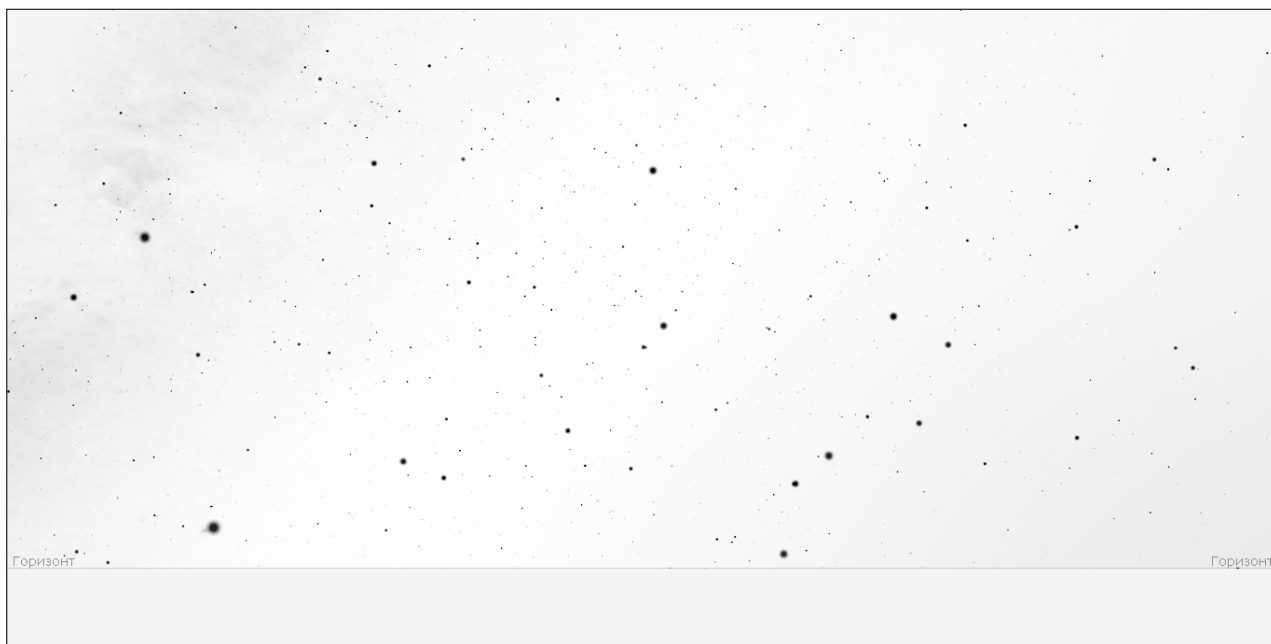
$$\frac{1''}{4.8 \cdot 10^{-4}} = 2083'' \approx 35' \approx 0.6^\circ.$$

Критерии оценивания:

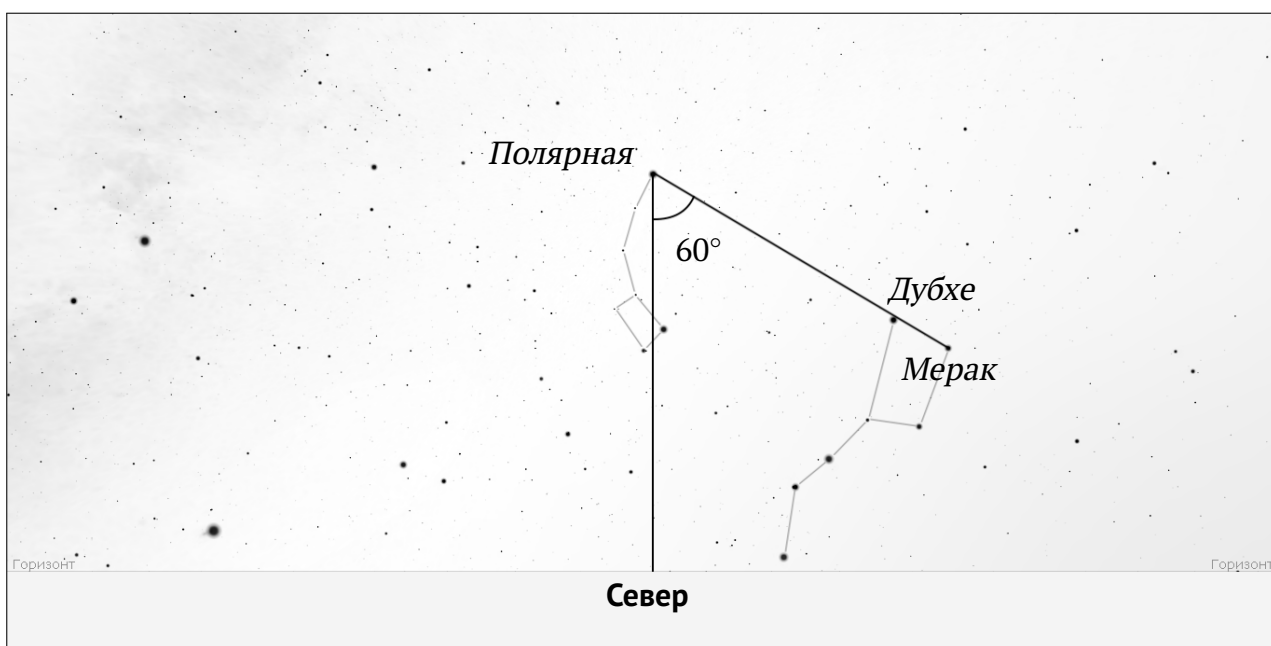
а1	Парсек соответствует [годовому] параллаксу в 1''	1
а2	Величина параллакса [примерно] пропорциональна длине «базы» (обоснование приближением малых углов не требуется)	2
а3	Вычисление отношения «галактического парсека» к обычному	2
	<i>В качестве «базы» взят диаметр орбиты, а не радиус</i>	-1
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
б1	Вычисление «галактического параллакса» галактики Андромеды	3
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
Всего		8

7.5 Мишки на севере

Известно, что 22 сентября в 23 часа по местному времени линия, проведённая через крайние звезды «ковша» Большой Медведицы, от Мерака к Дубхе, указывает на Полярную, а от Дубхе к Мераку — упирается точно в точку севера. Какому моменту того же дня соответствует приведённое изображение симуляции звёздного неба?



Возможное решение.



Линия Мерак – Дубхе всегда указывает на Полярную звезду, расположенную около Северного полюса мира, вокруг которого происходит видимое суточное вращение звёзд. Эту линию возможно использовать в качестве аналога стрелки часов.

В начальный момент времени линия Полярная – Дубхе – Мерак расположена вертикально и пересекается с горизонтом в точке севера. Находим на рисунке «ковши» Большой и Малой Медведицы, отмечаем на рисунке новое положение линии Полярная – Дубхе – Мерак, а также вертикальную линию от Полярной к точке севера.

Если смотреть на Полярную звезду, вращение небесной сферы происходит против часовой стрелки. Измеряем получившийся угол поворота — это можно сделать любым способом, например, непосредственно с помощью транспортира или воспользовавшись какими-либо геометрическими построениями (например, можно вспомнить о свойствах прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в 2 раза короче гипотенузы). Получаем, что небесная сфера повернулась на 60° .

Полный оборот небесной сферы в 360° соответствует примерно 24 часам. За 1 час небесная сфера поворачивается на $360/24 = 15^\circ$. С начального момента прошло около $60/15 = 4$ часов. Местное время составляет $23 + 4 = 3$ часа ночи.

Критерии оценивания:

1	Метод измерения угла поворота небесной сферы: что измеряем и как	2
2	Величина угла поворота [55° ; 65°] <i>Неточное измерение:</i> [50° ; 70°]	2 –1
3	Угловая скорость вращения небесной сферы либо иное соотношение между углом поворота и временем (без учёта различия между солнечными и звёздными сутками)	2
4	Ответ исходя из полученного участником значения угла (допустимая погрешность — 15 минут) <i>Неверное направление вращения небесной сферы</i>	2 –2
Всего		8

8 класс

8.1 Шаровое скопление

Шаровое звёздное скопление состоит из 100 тысяч звёзд, причём среднее расстояние между соседними звёздами составляет 0.3 парсека. Считая, что звёзды в скоплении распределены однородно, определите видимый угловой диаметр скопления при наблюдении с расстояния 4 килопарсека. Где в нашей Галактике располагаются такие объекты?

Возможное решение. Сначала определим радиус скопления, для чего найдём его объём. Среднее расстояние между звёздами скопления $l = 0.3$ пк, тогда в среднем на каждую звезду приходится $l^3 \sim (0.3 \text{ пк})^3 = 0.027 \text{ пк}^3$. Полный объём скопления

$$V = 27 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3 \times 10^5 = 2700 \text{ пк}^3.$$

Считая скопление шаром, оценим его радиус:

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 \implies R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 8.6 \text{ пк}.$$

Величина получилась заниженная, что неудивительно, поскольку в настоящих шаровых скоплениях звёзды распределены неоднородно, внешние части заметно разрежённее ядра. Тем не менее, по нашим расчётам диаметр скопления оказывается равным 17.2 пк.

Определим, под каким углом скопление видно с расстояния 4 кпк. В случае, когда размеры наблюдаемого объекта гораздо меньше расстояния до него, угловые размеры прямо пропорциональны линейным и обратно пропорциональны расстоянию до объекта. Известно, что отрезок длиной 1 а. е. с расстояния 1 пк = 206 265 а. е. наблюдается под углом $1''$. Тогда угловой диаметр скопления

$$1'' \times \frac{17.2 \text{ пк}}{1 \text{ а. е.}} \times \frac{1 \text{ пк}}{4 \cdot 10^3 \text{ пк}} = 1'' \times \frac{17.2 \text{ пк}}{4 \cdot 10^3 \text{ пк}} \times \frac{1 \text{ пк}}{1 \text{ а. е.}} = 206\,265'' \times \frac{17.2}{4 \cdot 10^3} = 887'' \approx 15'.$$

Шаровые звёздные скопления — одни из наиболее старых объектов в Галактике. Они расположены в сфероидальных структурных компонентах: **в гало** и в центральном утолщении — **балдже**.

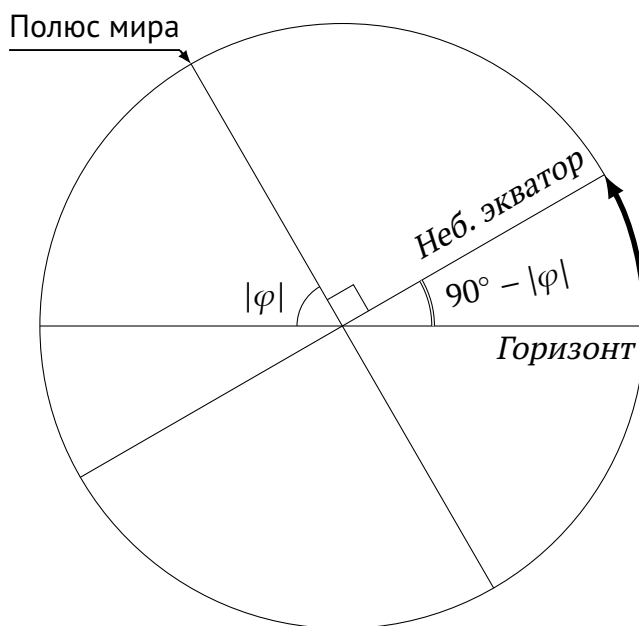
Критерии оценивания:

а1	Оценка объёма V скопления (допустимо оценивать приходящийся на звезду средний объём с коэффициентом $[0.5; 5]$ при l^3).	2
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
а2	Вычисление радиуса R или диаметра скопления исходя из полученного участником значения объёма	2
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
а3	Вычисление углового диаметра скопления исходя из полученного участником значения радиуса (диаметра)	3
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
	<i>Перепутаны радиус и диаметр</i>	-1
б1	Верное указание хотя бы одного из возможных местоположений (в т. ч. в форме описания, например, «вблизи центра Галактики»)	1
Всего		8

8.2 Два города

Юные любители астрономии Алиса и Базилио наблюдают одну и ту же звезду. Алиса заметила, что звезда находится над горизонтом ровно половину звёздных суток. Базилио определил, что наибольшая высота звезды над горизонтом — всего 21° , и достигается она ровно в тот момент, когда в городе Алисы звезда заходит. Определите координаты пункта, в котором находится Базилио, если Алиса живёт в городе с координатами 54° с. ш., 123° в. д. Атмосферной рефракцией пренебрегите.

Возможное решение. Алиса находится не на экваторе, поэтому из утверждения о том, что звезда половину суток находится над горизонтом, заключаем, что звезда расположена на небесном экваторе, её склонение равно нулю.



Как известно и как нетрудно показать, высота наивысшей точки небесного экватора над горизонтом равна $90^\circ - |\varphi|$. Зная, что для Базилио наибольшая высота звезды составляла 21° , находим возможные широты:

$$\varphi_B = \pm(90^\circ - 21^\circ) = \pm 69^\circ,$$

то есть 69° с. ш. или 69° ю. ш.

Экваториальная звезда для любого наблюдателя находится над горизонтом ровно половину звёздных суток — 12 звёздных часов. От момента достижения максимальной высоты (верхней кульминации) до захода проходит четверть суток — 6 звёздных часов.

Сопоставляя наблюдения, приходим к выводу, что разность долгот Алисы и Базилио составляет 6 часов, то есть 90° . При этом Базилио находится западнее, поскольку для него звезда кульминирует позже, чем для Алисы. Долгота Базилио

$$\lambda_B = 123^\circ - 90^\circ = 33^\circ \text{ в. д.}$$

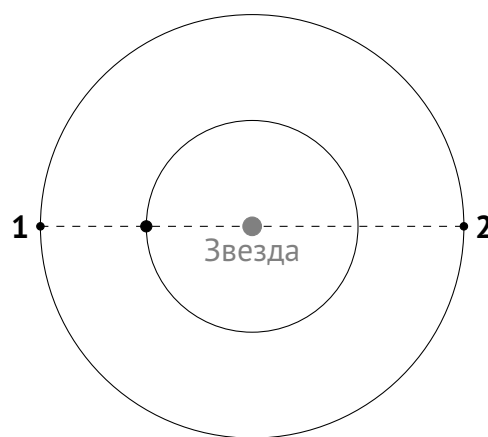
Критерии оценивания:

a1	Звезда находится на небесном экваторе	1
a2	Высота наивысшей точки небесного экватора на широте φ (результат без модуля также засчитывается)	1
a3	Возможные значения широт Базилио φ_B	2
	<i>Потерян один из случаев</i>	-1
	<i>Арифметическая ошибка</i>	-1
b1	Разность долгот Базилио и Алисы	2
b2	Базилио западнее Алисы	1
b3	Долгота Базилио λ_B	1
Всего		8

8.3 В одну линию

Наблюдая некоторую звезду, астрономы обнаружили, что в определённый момент времени произошёл «парад планет»: центры звезды и трёх обращающихся вокруг неё экзопланет оказались на одной прямой (по одну сторону от звезды). Проведя расчёты, учёные пришли к выводу, что в следующий раз центры звезды и планет А и Б снова окажутся на одной прямой ровно через 10 лет. Аналогичное событие для пары планет А и В произойдёт через 12 лет. Как скоро после «парада планет» совпадут направления от звезды к планетам Б и В? Считайте, что планеты обращаются вокруг звезды в одной плоскости и в одном направлении.

Возможное решение. Рассмотрим движение внешней планеты в системе отсчёта, вращающейся вокруг звезды вместе с внутренней планетой. Когда центры звезды и планет оказываются на одной линии, внешняя планета по отношению к внутренней находится либо в противостоянии (1), либо в соединении (2).



Во время «парада планет» каждая пара планет находилась в положении 1. Планеты А и Б переходят от положения 1 к положению 2 за 10 лет, то есть за 10 лет внутренняя планета как более быстрая обгоняет внешнюю на 180° (половину оборота), а за $S_{AB} = 20$ лет — на один оборот; при этом неизвестно, какая из планет А и Б внешняя, а какая — внутренняя.

Пусть T_A и T_B — периоды обращения планет А и Б соответственно. Тогда

$$\frac{S_{AB}}{T_A} - \frac{S_{AB}}{T_B} = \pm 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{AB}}.$$

Для пары планет А и В аналогичным образом приходим к выражению

$$\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{AB}},$$

где $S_{AB} = 12 \text{ лет} \times 2 = 24 \text{ года}$.

Кроме того, для интересующей нас пары Б и В

$$\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_V} = \pm \frac{1}{S_{BV}}.$$

Заметим, что

$$\left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) - \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_B} = \pm \frac{1}{S_{AB}} \mp \frac{1}{S_{AB}} = \pm \frac{1}{S_{BB}},$$

причём в последнем выражении знаки плюс-минус (минус-плюс) независимы и отражают отношения порядка между T_A , T_B и T_B . Поскольку заведомо $S_{BB} > 0$,

$$S_{BB} = \left| \frac{1}{S_{AB}} \pm \frac{1}{S_{AB}} \right|^{-1} = \left[\frac{120}{11} \text{ года} \approx 10.9 \text{ года}, \right. \\ \left. 120 \text{ лет}^\dagger \right].$$

Заметим, что направления от звезды к планетам Б и В совпадут как раз при условии, что одна из этих планет обгонит другую на оборот, то есть через промежуток времени S_{BB} после «парада планет»: **10.9 или 120 лет.**

Критерии оценивания:

а1	Две планеты и звезда располагаются на одной прямой в двух разных конфигурациях	1
а2	За указанные в условии периоды одна из планет в паре обгоняет другую на половину оборота либо периоды между одинаковыми конфигурациями в паре планет — 20 и 24 года для (А, Б) и (А, В)	1
б1	Связь между синодическим периодом S_\bullet и периодами обращения T_\bullet либо аналогичное уравнение	2
б2	Связь между синодическими периодами S_\bullet всех трёх планет либо аналогичное уравнение	2
б3	Ответы (возможные значения синодического периода S_{BB}) <i>Потерян один из случаев</i>	2 -1
Всего		8

Примечание. При потере одного из случаев **на этапе формул** суммарная оценка за критерии б1 – б3 не может превышать 3 баллов.

[†]Для сомневающихся предъявим для каждого из обнаруженных случаев возможный набор значений периодов планет:

$$T_A = 20 \text{ лет},$$

$$T_A = 15 \text{ лет},$$

$$T_B = 10 \text{ лет},$$

$$T_B = 60 \text{ лет},$$

$$T_B = 120 \text{ лет};$$

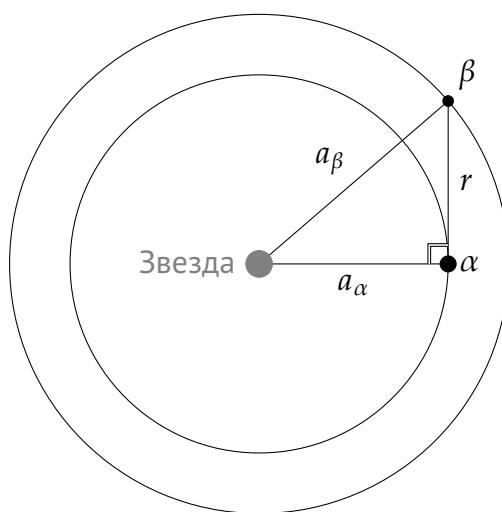
$$T_B = 40 \text{ лет}.$$

8.4 Две планеты

Вокруг звезды солнечной массы по круговым орбитам обращаются планеты Альфа и Бета с периодами обращения 4.00 и 6.00 года соответственно. Радиус Альфы равен 5 тыс. км, Беты — 12 тыс. км. Плоскости орбит совпадают, а оси вращения планет им перпендикулярны. Радиолокацию Беты проводят в день, когда на экваторе Альфы восход планеты происходит за четверть суток до восхода звезды.

- Сколько времени пройдет между отправкой и приёмом сигнала в обсерватории на экваторе Альфы?
- Какова фаза Альфы при наблюдении с Беты в этот момент (в процентах)?

Возможное решение. Поскольку Бета восходит за четверть суток до звезды, угол между Бетой и звездой для наблюдателя на Альфе составляет 90° . Иными словами, Бета находится в квадратуре, а треугольник Бета – Альфа – звезда прямоугольный.



Для определения продолжительности радиолокации необходимо определить расстояние между планетами. Для этого сперва определим радиусы орбит планет. Масса звезды равна массе Солнца, поэтому возможно применить третий закон Кеплера в простой формулировке:

$$\left(\frac{T}{1 \text{ год}}\right)^2 = \left(\frac{a}{1 \text{ а. е.}}\right)^3 \quad \longrightarrow \quad a = (T [\text{в годах}])^{2/3} \text{ а. е.}$$

Получаем радиус орбиты Альфы $a_\alpha = 2.52 \text{ а. е.}$, Беты — $a_\beta = 3.30 \text{ а. е.}$

Расстояние между планетами определяем по теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{a_{\beta}^2 - a_{\alpha}^2} = \sqrt{3.30^2 - 2.52^2} \text{ (а. е.)} \simeq 2.13 \text{ а. е.}$$

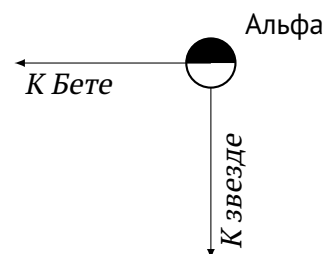
Сигнал должен преодолеть это расстояние дважды: по пути к Бете и обратно, всего

$$2 \times 2.13 \text{ а. е.} = 4.26 \text{ а. е.} = 6.37 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Радиосигнал, двигаясь со скоростью света, преодолевает такой путь за

$$\frac{6.37 \cdot 10^8 \text{ км}}{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}} = 2.1 \cdot 10^3 \text{ с} = \mathbf{35 \text{ мин.}}$$

Угол между направлениями на Бету и звезду для наблюдателя на Альфе прямой, поэтому наблюдатель на Бете видит ровно половину освещённой поверхности Альфы — её фаза равна **50 %**.



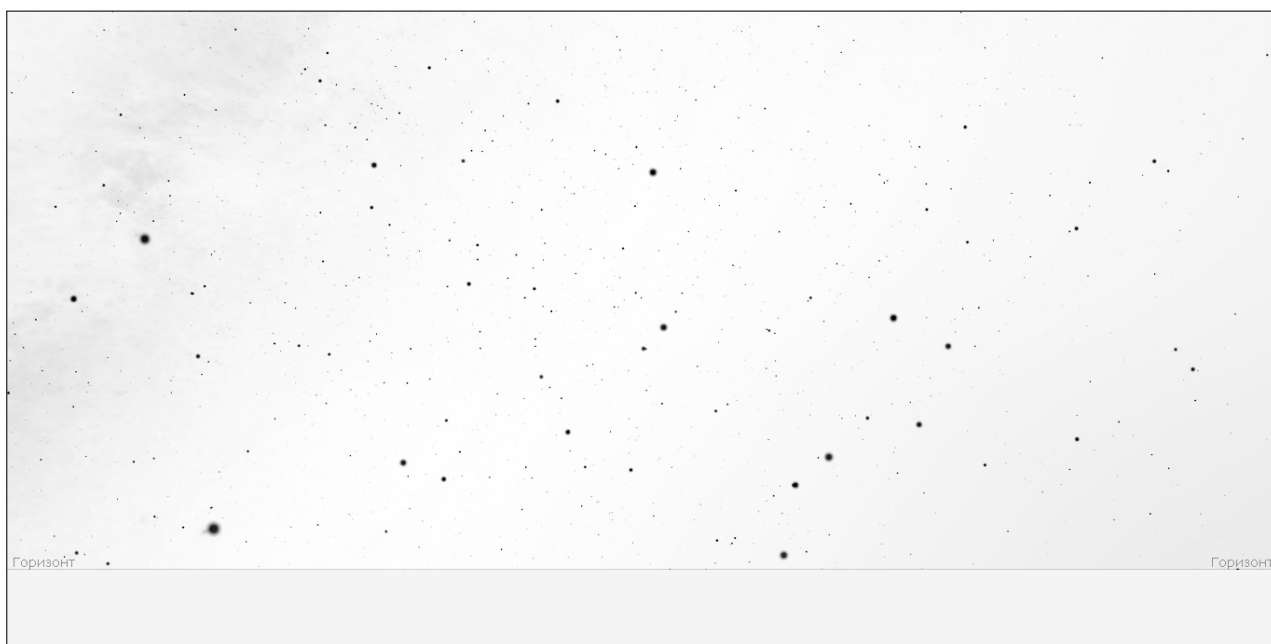
Критерии оценивания:

а1	Угол звезда – Альфа – Бета прямой	1
а2	Третий закон Кеплера либо уравнение кругового движения, связывающее периоды обращения и радиусы орбит	1
а3	Радиусы орбит a_{α} и a_{β}	1 + 1
а4	Выражение для расстояния между планетами	1
а5	Ответ для продолжительности радиолокации	2
	Потерян коэффициент 2 («туда–обратно»)	–1
	Неверная скорость радиосигнала	–1
	Арифметическая ошибка	–1
б1	Фаза в процентах	1
Всего		8

8.5 Мишки на севере

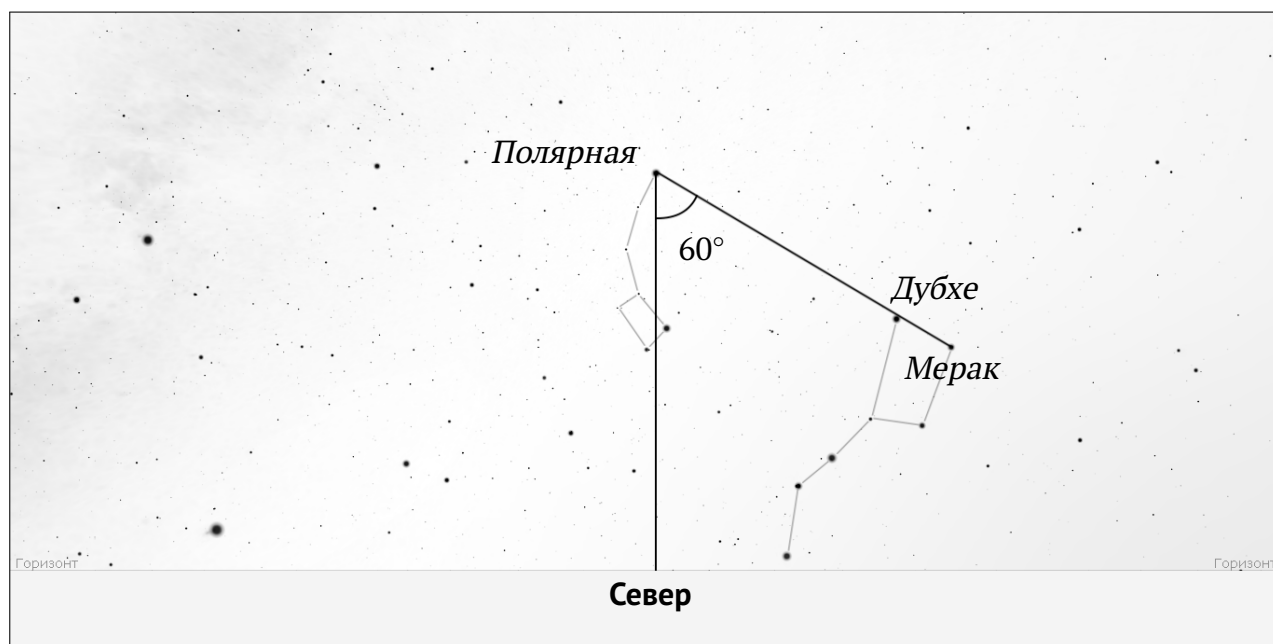
Известно, что 22 сентября в 23 часа по местному времени линия, проведённая через крайние звезды «ковша» Большой Медведицы, от Мерака к Дубхе, указывает на Полярную, а от Дубхе к Мераку — упирается точно в точку севера. Какому моменту соответствует приведённое изображение симуляции звёздного неба:

- а) на тот же день (22 сентября);
- б) на 21 декабря?



Возможное решение. Линия Мерак – Дубхе всегда указывает на Полярную звезду, расположенную около Северного полюса мира, вокруг которого происходит видимое суточное вращение звёзд. Эту линию возможно использовать в качестве аналога стрелки часов.

В начальный момент времени линия Полярная – Дубхе – Мерак расположена вертикально и пересекается с горизонтом в точке севера. Находим на рисунке «ковши» Большой и Малой Медведицы, отмечаем на рисунке новое положение линии Полярная – Дубхе – Мерак, а также вертикальную линию от Полярной к точке севера.



Если смотреть на Полярную звезду, вращение небесной сферы происходит против часовой стрелки. Измеряем получившийся угол поворота — это можно сделать любым способом, например, непосредственно с помощью транспортира или воспользовавшись какими-либо геометрическими построениями (например, можно вспомнить о свойствах прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в 2 раза короче гипотенузы). Получаем, что небесная сфера повернулась на 60° .

Рассмотрим ситуацию, когда действие происходит внутри одного дня (22 сентября). Полный оборот небесной сферы в 360° соответствует примерно 24 часам. За 1 час небесная сфера поворачивается на $360/24 = 15^\circ$. С начального момента прошло около $60/15 = 4$ часов. Местное время составляет $23 + 4 = \mathbf{3 \text{ часа ночи}}$.

Что изменится через 3 месяца, 21 декабря? Теперь придётся учесть, что солнечные сутки слегка длиннее звёздных из-за движения Земли по орбите вокруг Солнца. В звёздных сутках 23 ч 56 мин 04 с, поэтому любое конкретное расположение звёзд относительно горизонта на следующий день повторяется на 3 минуты 56 секунд *раньше*, чем в предыдущий. За год накапливается расхождение на целые сутки. Соответственно, за 3 месяца = $1/4$ года расхождение составит $1/4$ суток = 6 часов, то есть 21 декабря приведённое изображение соответствует $23 + 4 - 6 = \mathbf{21 \text{ часу}}$.

Критерии оценивания:

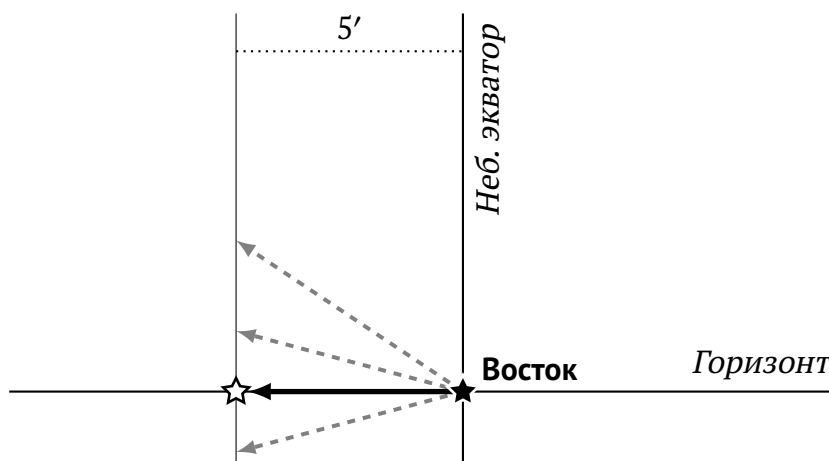
а1	Метод измерения угла поворота небесной сферы: что измеряем и как	2
а2	Величина угла поворота [55°; 65°]	1
а3	Угловая скорость вращения небесной сферы либо иное соотношение между углом поворота и временем (без учёта различия между солнечными и звёздными сутками)	1
а4	Ответ для 21.09 исходя из полученного участником значения угла (допустимая погрешность — 15 минут) <i>Неверное направление вращения небесной сферы</i>	1 -1
б1	Накопленная разница между солнечным и звёздным временем (допустимая погрешность — 15 минут)	2
б2	Ответ для 21.12 исходя из полученных участником значений <i>Учёт накопленной разницы с неверным знаком</i>	1 -1
Всего		8

8.6 Летящая звезда

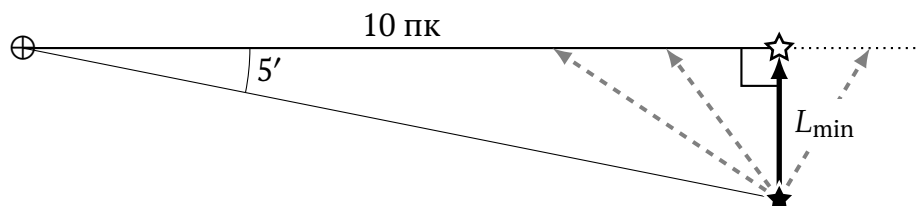
100 лет назад звезда восходила точно в точке востока, а в настоящее время для экваториального наблюдателя она восходит в точке с астрономическим азимутом $269^\circ 55'$. Оцените наименьшую возможную скорость звезды относительно Солнца, если в настоящее время расстояние до неё составляет 10 парсеков. Считайте, что изменение экваториальных координат (склонения и прямого восхождения) светила обусловлено только его собственным движением.

Возможное решение. Астрономический азимут точки востока — ровно 270° , откуда сделаем вывод, что за 100 лет азимут точки восхода звезды изменился на $5'$.

На земном экваторе суточные параллели светил образуют с горизонтом прямой угол, поэтому смещение звезды на небе составило не менее $\ell_{\min} = 5'$:



Определим минимальное расстояние L_{\min} , которое звезда должна была пройти за 100 лет, чтобы её угловое смещение составило ℓ_{\min} . В оптимальном случае перемещение происходит перпендикулярно лучу зрения:



$$L_{\min} = 10 \text{ пк} \times \operatorname{tg} \ell_{\min} = 0.0145 \text{ пк} = 3000 \text{ а. е.} = 4.5 \cdot 10^{11} \text{ км.}$$

Поскольку угол ℓ_{\min} мал, можно провести расчёт и без использования тригонометрии. Длина отрезка L_{\min} оценивается как длина соответствующей дуги:

$$L_{\min} \approx 2\pi \times 10 \text{ пк} \times \frac{5'}{360^\circ} = 0.0145 \text{ пк}.$$

В результате имеем наименьшую возможную скорость звезды

$$v_{\min} = \frac{L_{\min}}{100 \text{ лет}} = 30 \text{ а. е./год} = \frac{4.5 \cdot 10^{11} \text{ км}}{100 \times 365.25 \times 86400 \text{ с}} = 142 \text{ км/с}.$$

Впрочем, возможно было и сразу связать тангенциальную скорость и собственное движение звезды ($5' = 300''$), зная, что $1 \text{ пк} \times 1'' = 1 \text{ а. е.}$:

$$v_{\min} = \frac{10 \text{ пк} \times 300''}{100 \text{ лет}} = 30 \text{ а. е./год}.$$

Критерии оценивания:

1	Величина изменения азимута	1
2	Минимальное угловое смещение ℓ_{\min}	2
3	Минимальное расстояние L_{\min}	3
4	Наименьшая возможная скорость звезды v_{\min} <i>(в любых единицах)</i>	2
Всего		8

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Масса протона	$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса электрона	$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а. е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а. е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце, Земле и Луне

Светимость Солнца	$L_{\odot} = 3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Видимая звёздная величина Солнца	$m_{\odot} = -26.8^{\text{м}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot, \text{eff}} = 5.8 \cdot 10^3 \text{ К}$
Поток энергии на расстоянии Земли	$E_{\odot} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$
Тропический год	$= 365.24219 \text{ сут.}$
Средняя орбитальная скорость	$= 29.8 \text{ км/с}$
Звёздные сутки	$= 23 \text{ ч } 56 \text{ мин } 04 \text{ с}$
Наклон экватора к эклиптике	$\varepsilon = 23.44^{\circ}$
Сидерический месяц	$= 27.32 \text{ сут.}$
Синодический месяц	$= 29.53 \text{ сут.}$
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_{\zeta} = -12.7^{\text{м}}$

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

	Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, 10^3 км	Осевой период
☉ Солнце			$1.989 \cdot 10^{30}$	697	25.38 сут.
☿ Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
♀ Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
⊕ Земля	1.0000	365.26 сут.	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
☾ ↔ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	синхр.
♂ Марс	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
♃ Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
♄ Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
♅ Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
♆ Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч