

**Заочная олимпиада  
Летней многопрофильной математической школы**



**11 класс**

*Каждая правильно решенная задача оценивается 7 баллами.*

*Необходимые логические шаги решения должны быть обоснованы.*

*Максимальное количество баллов за работу – 35 баллов.*

1. Найдите максимум и минимум выражения  $x^{2n} + y^{2n}$ , если  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Найдите все пары чисел  $(x; y)$ , для которых выражение  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2}$  принимает минимальное значение.

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + \frac{12x - 5y}{x^2 + y^2} = 5 \\ y - \frac{5x + 12y}{x^2 + y^2} = -1 \end{cases}$$

4. При каких  $n \in \mathbb{N}$  многочлен  $(x + 1)^n + x^n + 1$  делится на многочлен  $x^2 + x + 1$ ?
5. На диаметре КМ окружности радиуса R выбрана точка А, удалённая от центра окружности на расстояние  $a \in [0; R)$ . Проведите через точку А хорду LN таким образом, чтобы площадь четырёхугольника KLMN была максимальной. Найдите эту площадь.

*Последний срок сдачи работы: 01.09.2018г.*

*Выполненную работу можно сдать: в бумажном виде по адресу: г. Симферополь, ул. Ленина 15, ГБОУ ДПО РК КРИППО, каб. №14 (Корзун Т.В.) или в электронном виде (скан) по эл. адресу: tvkorzun@mail.ru.*